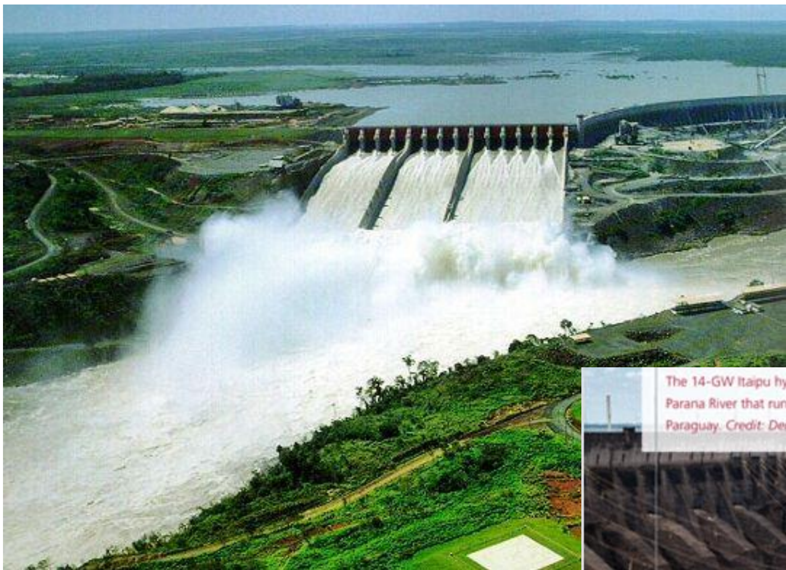
PROBLEMI DI GESTIONE

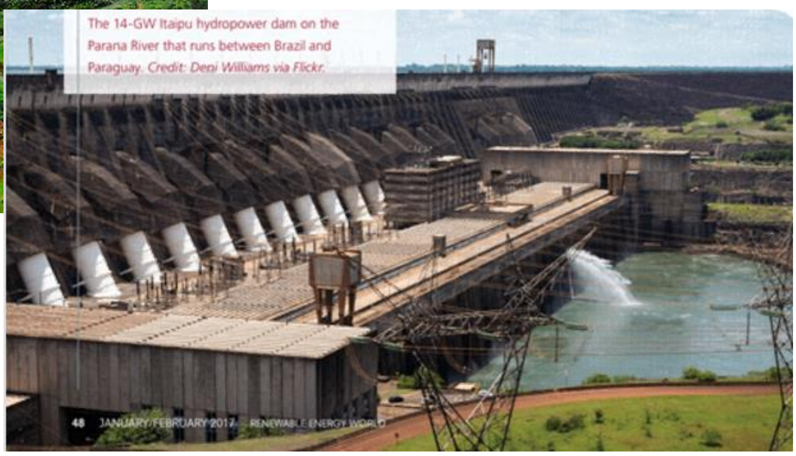
La parola gestione è una parola di gergo relativamente recente. I problemi di gestione sono nella maggioranza dei casi dei problemi di tipo decisionale con rilevante componente economico – sociale. Per di più i problemi di gestione sono ripetitivi nel senso che la decisione viene presa ogni volta che ha inizio un intervallo elementare di tempo (ad esempio una volta al giorno, una volta alla settimana…) e tale intervallo di tempo è di durata così breve rispetto alla dinamica del sistema gestito che la decisone presa in un certo istante influenzerà tutte le seguenti decisioni.

In conclusione:

Problema di gestione ≡ problema decisionale in tempo reale con forte coloritura economica



Il bacino idroelettrico di Itaipu (Brasile - Paraguay) gestito per la produzione di energia elettrica nella seconda più grande centrale del mondo.



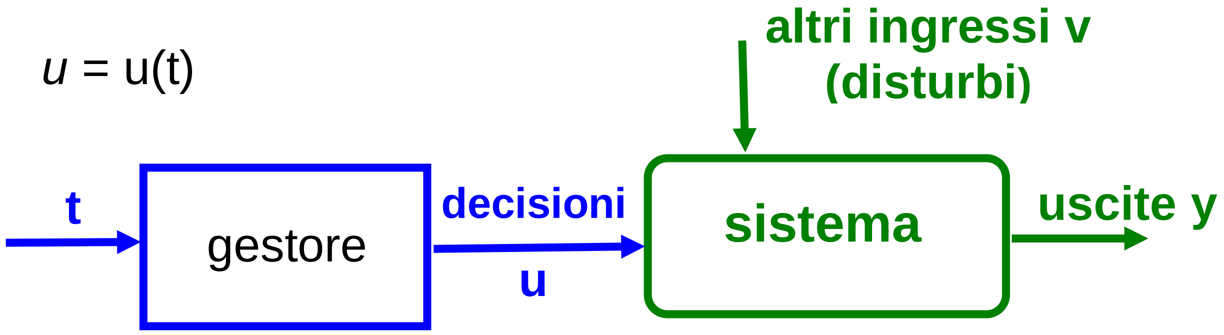
100 GWh prodotti nel 2016!

20% energia del Brasile e 75% di quella del Paraguay

SCHEMI DI GESTIONE/CONTROLLO

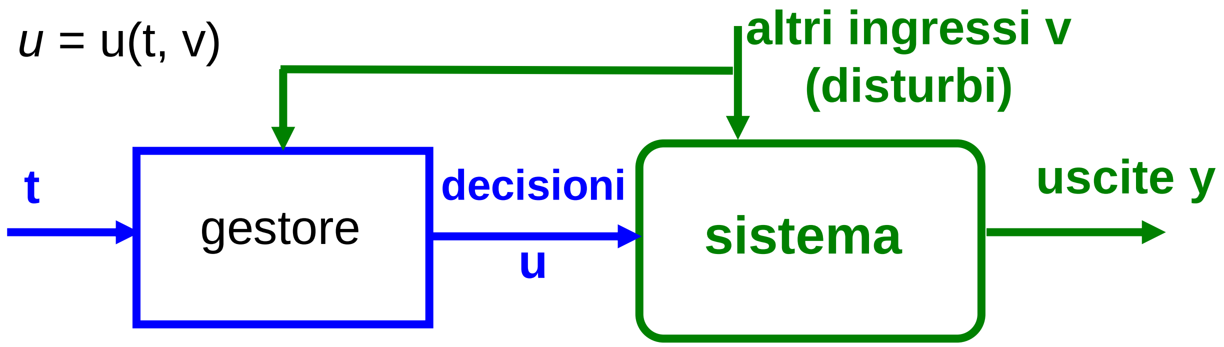
a) **Anello aperto** (le decisioni u – variabili di controllo – sono definite dal gestore in base all'unica informazione disponibile, il tempo t)

u = u(t)



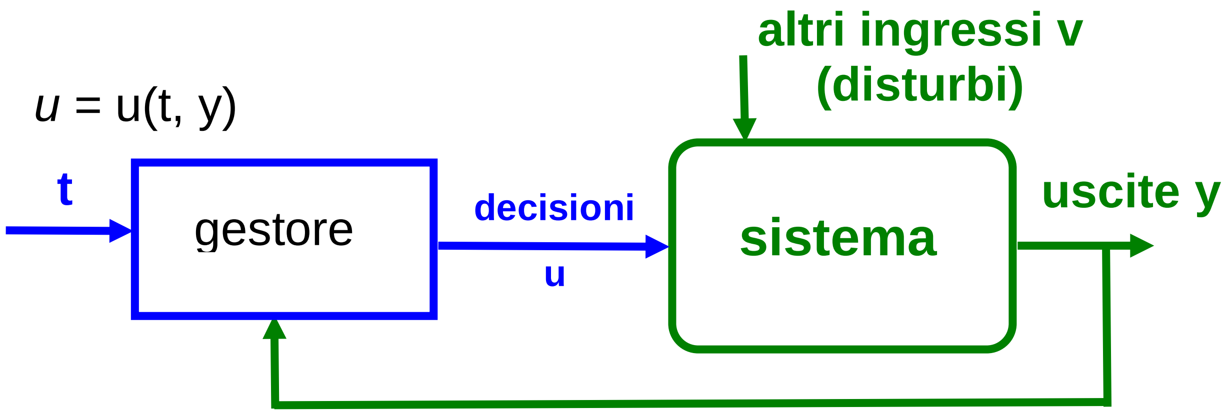
b) **Compensazione** (le decisioni u sono definite dal gestore in base anche alla misura degli altri ingressi) *feed-forward*

u = u(t, v)



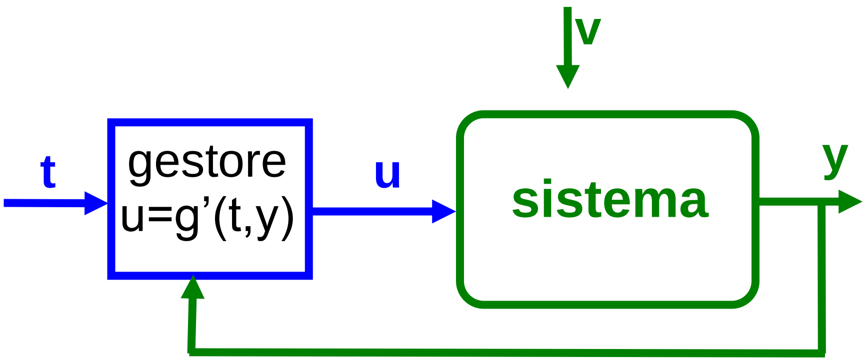
c) **Retroazione** (le decisioni u sono definite dal gestore in base anche alla misura delle uscite) *feed-back*

u = u(t, y)

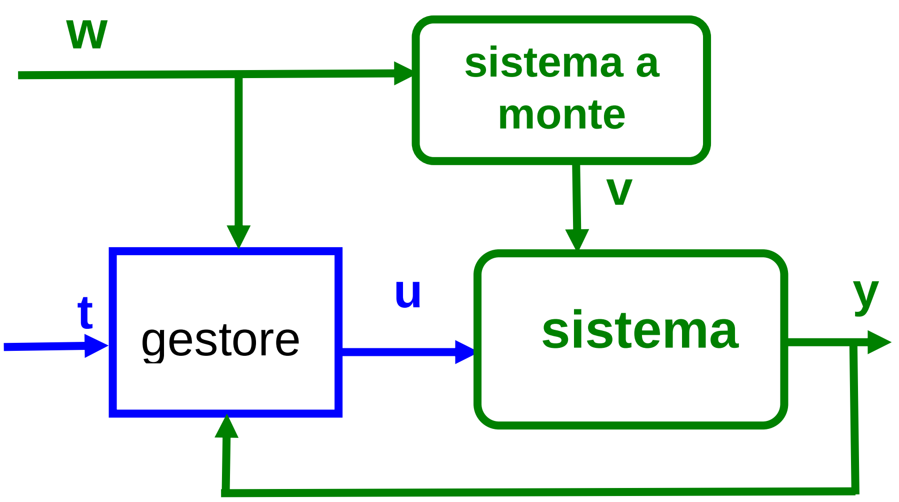


Alcune varianti sul tema

Gestore dinamico (il gestore è rappresentato a sua volta da un sistema dinamico e le decisioni u sono quindi la soluzione di un sistema di eq. differenziali in cui, in caso di retroazione, compaiono le y)



Misura della causa del disturbo (il gestore misura gli ingressi w del sistema dinamico che genera il disturbo, aumentando l'anticipo)



$u = f(\text{t,w,y})$

Sistema complesso (nei casi complessi, es. gestione di un serbatoio, il gestore misura gli ingressi v (portate), gli ingressi w (piogge), le uscite y (livelli), il tempo t e può essere dinamico).

$u = g(\text{t,v, w,y})$ + costi misure
+ complessità del gestore

Come si progetta la politica di gestione

Occorre definire:

- **L'obiettivo della gestione**: in generale, dipende dal comportamento del sistema e dal valore delle decisioni (che di solito rappresentano un costo) per tutto l'orizzonte *T* considerato. Ad esempio, *sistema discreto*:

  $$\text{min } (\textit{oppure} \text{ max}) \; J = \sum_{t=0}^{T} c(t, y, u)$$

  Tipici obiettivi possono essere la minimizzazione dello scostamento da un comportamento desiderato delle *y* oppure la minimizzazione dell'effetto dei disturbi (*insensitività*).

- **I vincoli**: possono essere sui valori e sulle funzioni sia delle uscite sia degli ingressi

  $$\underline{y} \le y(t) \le \overline{y} \cdots \forall t \cdots y(\cdot) \in F^{Y}_{ammissibili}$$

  $$\underline{u} \le u(t) \le \overline{u} \cdots \forall t \cdots u(\cdot) \in F^{U}_{ammissibili}$$

  questi ultimi sono spesso dovuti ai limiti dei sistemi che realizzano fisicamente le decisioni (*attuatori*) o ai costi del controllo. I vincoli sulle funzioni servono ad esempio ad impedire brusche variazioni. Nei vincoli sono compresi quelli legati alle normative.

- **Il sistema da gestire**: (è un vincolo)

  $$x(t+1) = f(x(t), u(t))$$
  $$y(t) = g(x(t))$$

La *soluzione* del problema è una politica di gestione, cioè una funzione $u = F(t, \text{informazioni})$. Si tratta quindi di un problema funzionale, di difficile soluzione analitica.

Come si progetta la politica di gestione (2)

Esempio nel caso di tempo continuo (*problema di controllo ottimo*):

$$\begin{cases} \min \int_0^T c(t, x(t), u(t))dt & [0,\mathrm{T}] \text{ int. di gestione} \\ x(0) = assegnato \\ \dot{x}(t) = f\left(t, x(t), u(t)\right) \\ x(t) \in \mathrm{X} \qquad u(t) \in U \end{cases}$$

Questo problema è di tipo deterministico e ad un solo obiettivo. Inoltre, è assegnata la condizione iniziale.

Varianti significative possono riguardare le condizioni iniziali e/o finali,

x(0) = x(T) [soluzione periodica ≈ sostenibile]

x(T) = assegnato

il fatto che gli obiettivi siano multipli (gestione a molti obiettivi) e il fatto che si ottimizzi il valore atteso di una funzione obiettivo (controllo ottimo stocastico).

Fondamentale comunque è il ruolo dell'informazione. Ad esempio, la soluzione può essere messa nella forma u°(t) o u°(t, x(t)).

Come si progetta la politica di gestione (3)

In pratica, per risolvere il problema si aggiunge un altro vincolo che rappresenta la forma della funzione *u*(·), in base allo schema di gestione fissato, a meno di qualche parametro *θ*.
Il problema da risolvere diventa quindi (es. retroazione):

$$\min J = \sum_{t=0}^{T} c(t, y, u)$$

$$x(t+1) = f(x(t), u(t)) \qquad y(t) = g(x(t))$$

$$\underline{y} \le y(t) \le \overline{y} \cdots \forall t \cdots y(\cdot) \in F^{Y}_{ammissibili}$$

$$\underline{u} \le u(t) \le \overline{u} \cdots \forall t \cdots u(\cdot) \in F^{U}_{ammissibili}$$

$$\boxed{u = \varphi(t, y, \theta)}$$ *politica di gestione*

È un problema di ottimizzazione *parametrica* nelle variabili *θ*.

Per determinare una soluzione quindi:

1) si fissa una forma per la politica di gestione (es. *lineare a tratti con parametri lunghezza e pendenza dei tratti*);
2) si fissa un valore arbitrario per i parametri;
3) si simula il sistema con la politica e si valuta l'obiettivo;
4) si modifica il valore dei parametri con un algoritmo di ricerca (es. *gradiente*) e si ritorna al passo 3) finché non si trova l'ottimo dell'obiettivo.

La procedura produce un sub-ottimo rispetto alla soluzione analitica, ma consente di tener conto di altri vincoli, difficili da esprimere (es. *non raggiungere i valori estremi delle u*).

GESTIONE – CASO DI STUDIO (1)
La regolazione del Lago di Como

Vedi: Guariso, Rinaldi, Soncini-Sessa; La regolazione dei sebatoi naturali: il caso del Lago di Como, Accademia dei Lincei, Roma, novembre 1984.

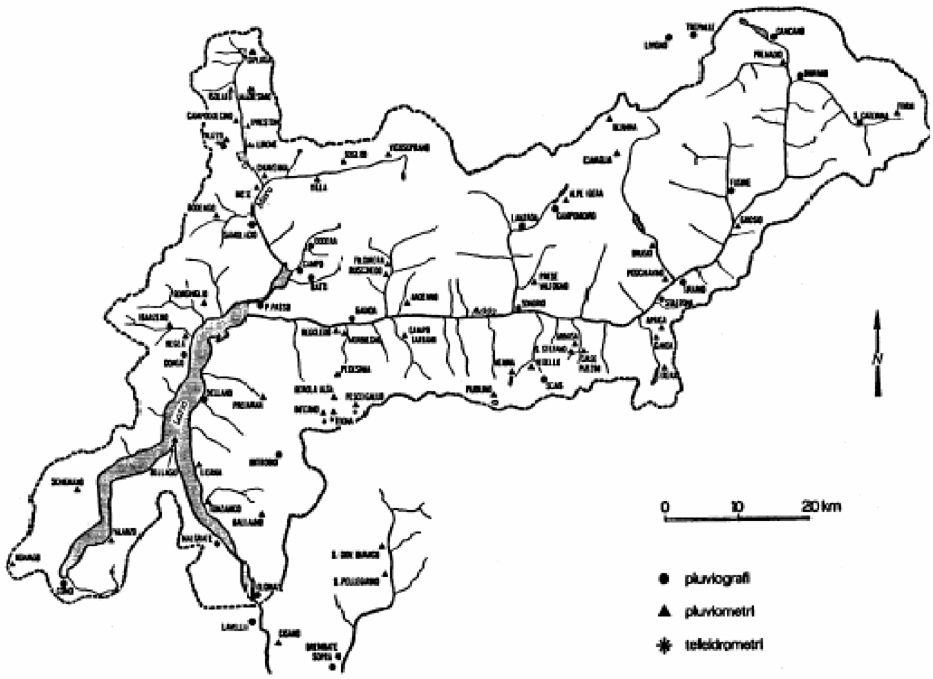


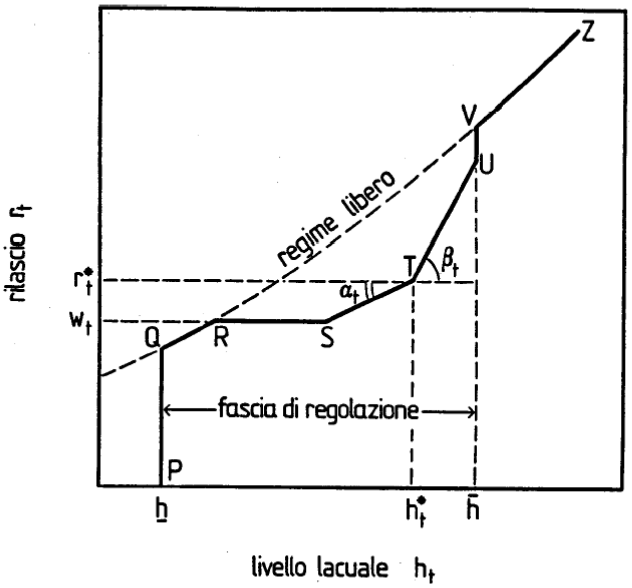
Fig. 10 - Stazioni idrometriche e pluviometriche nel bacino dell'Adda.

La regolazione avviene alla diga di Olginate dal 1946 per scopi irrigui, idroelettrici e di salvaguardia dalle piene.

Il lago ha una capacità utile pari a circa 1/10 della portata media annua dell'Adda.

La diga di Olginate (costo 14 Milioni di lire 1946)

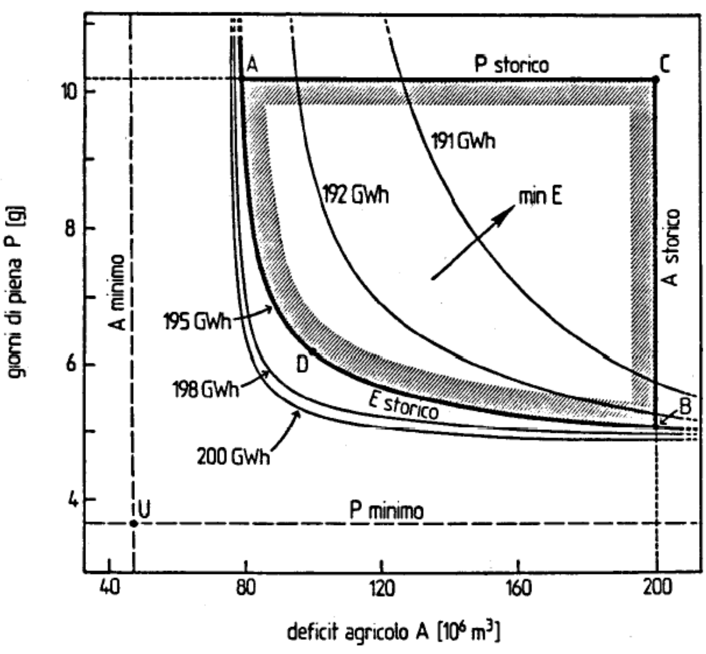
Il gestore decide ogni giorno il rilascio r(x, t), in dipendenza dal livello x e dal giorno t e la forma della funzione r(x,t) = φ(x, t) è giorno per giorno circa quella in figura, nella quale i parametri α_t e β_t dipendono dal tempo (stagione irrigua, pulizia canali, piogge, ecc.).



Risolvendo il problema a tre obiettivi:

1. minimo deficit agricolo medio annuo
2. minimo deficit idroelettrico medio annuo
3. minimo numero medio annuo di giorni di esondazione a Como

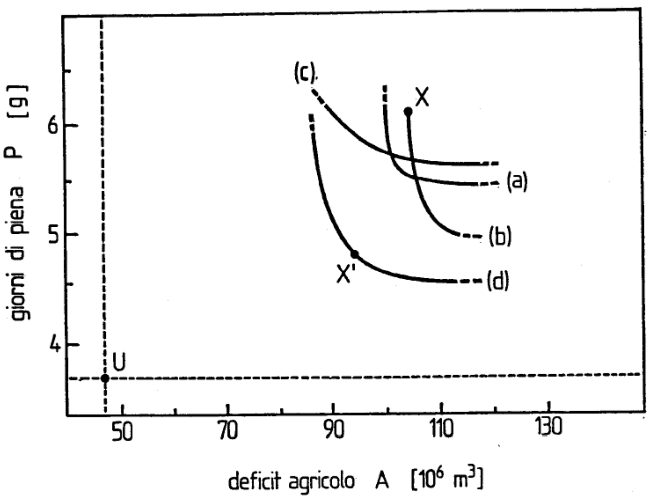
si ottiene la seguente frontiera di Pareto:



I valori estremi della frontiera e quelli “storici” (in realtà la situazione storica è variata nel tempo, ma qui si è assunta fissata) sono i seguenti:

Obiettivo	A [10^6 m^3]	E [GWh]	P [giorni]
Minimo deficit agricolo A	47	213	57,3
Minimo deficit idroelettrico E	252	174	173,2
Minimo n. di giorni di piena P	293	197	3,7
Valori “storici”	201	195	10,2

Che dimostra la forte conflittualità tra gli obiettivi, ma anche l’esistenza di soluzioni dominanti (e quindi migliori per tutti gli utenti) rispetto a quella “storica”.



Le prestazioni della regolazione posso essere ulteriormente migliorate utilizzando anche un anello in **compensazione** (informazioni sulla pioggia, la falda, il manto nevoso). Si può implementare spostando l’intera regola operativa su o giù a seconda della presenza di neve, pioggia o altezza dell’acquifero superiore o inferiore alla media.

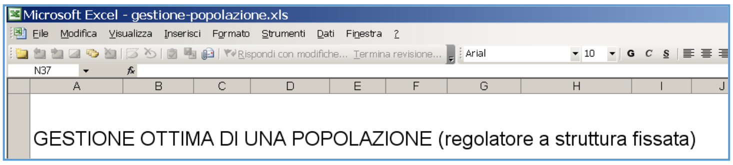
rilascio = F(livello, neve, pioggia, falda)

Il miglioramento degli obiettivi è presentato in figura.

Si noti che, anche con gli stessi <u>argomenti</u> (= informazioni), le possibili <u>forme</u> di *F()* possono essere scelte in modi diversi.

ESEMPIO(2): GESTIONE DI UNA POPOLAZIONE

Esercizio in Excel
(vedi sito del corso)



Una popolazione è divisa in 3 classi di età i (piccoli, giovani e adulti) la cui sopravvivenza s_i e fertilità f_i dipendono dalle condizioni ambientali che si verificano anno per anno. Quindi $s_i(t)$, $f_i(t) = \text{funz}(\text{clima}(t))$ e il modello è variante.

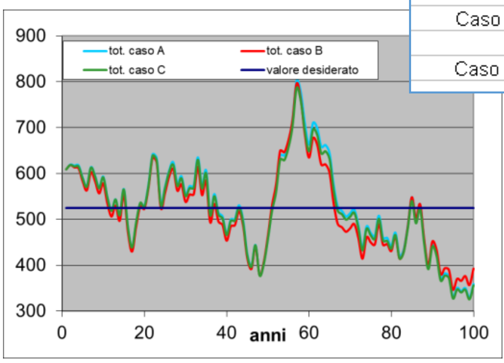
VARIABILI DI STATO			
$x_i(t)$ = numero di individui nella classe i al tempo t			
i =1 (piccoli), 2 (giovani), 3 (adulti)			
x(t) = vettore di componenti $x_i(t)$			
MODELLO			
x(t+1)=Ax(t)-bu(t)x(t)	(il passaggio di classe avviene in un anno)		
y(t) = Σx$_i$(t)	= popolazione totale		
PARAMETRI NOMINALI			
	classe 1	**classe 2**	**classe 3**
sopravvivenza	0,8	0,7	0,5
fertilità	0	0	2
efficienza sfrutt. (b)	0	0	0,4
STATO INIZIALE	180	165	180

Occorre decidere il **numero di licenze di caccia/pesca u(t)** che viene autorizzato <u>ogni anno t</u> nella zona, ipotizzando una forma della politica di gestione che utilizzi le informazioni disponibili.
Assumendo di prelevare solo adulti, il modello è:

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} f_1(t) & f_2(t) & f_3(t) \\ s_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & s_2(t) & s_3(t) \end{bmatrix} x(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u(t)$$

Si possono sperimentare diversi tipi di regolatori (caccia costante, dipendente dalla popolazione dell'anno precedente, dipendente dal clima) con diversi obiettivi (quello implementato è: minima varianza del n. di individui).

STRUTTURA POSSIBILI REGOLATORI				
Caso A	u(t) = costante =	**0,15245**		**(anello aperto)**
Caso B	u(t) = prop. a y(t-1) =	**0,00028**	* y(t-1)	**(retroazione)**
Caso C	u(t) = prop. a clima(t-1) =	**0,17326**	* clima(t-1)	**(compensazione)**



Un esempio reale relativo alla pesca degli sgombri in Atlantico (in retroazione): O.L.R.Jacobs, D.J.Ballance, J.W.Horwood, *Fishery management as a problem in feedback control*, Automatica, 27, 627-639, 1991.